

Kako statistika zavaja: Številke ne lažejo, lažejo ljudje!

doc. ddr. Melita Hajdinjak

Fakulteta za elektrotehniko UL, Laboratorij za uporabno matematiko in statistiko

Laško, 16. in 17. april 2025

8. konferenca učiteljev/-ic
naravoslovnih predmetov –
NAK 2025



ZRSŠ
ZAVOD
REPUBLIKE SLOVENIJE
ZA ŠOLSTVO



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE

I FEEL
SLOVENIA



Sofinancira
Evropska unija



diploma:

UL FMF (2001, pedagoška matematika)
UL FE (2004, magistrski študij elektrotehnike)



doktorat:

UL FE (2006, umetni inteligentni sistemi)
UL FMF (2012, modeliranje podatkovnih zbirk)



pedagoško delo:

predavateljica matematike in statistike na FE in US
(400-500 študentov v semestru)



strokovno delo:

Študijska komisija UL FE
Programski svet UL US
Komisija za obštudijsko dejavnost UL
Namestnica vodje LUMS – UL FE



raziskovalno delo:

matematično modeliranje in analiza podatkov
(statistika, umetna inteligenca)

Zaupamo številkam, a previdno!



Številke so nevtralne in točne.

Statistika je orodje, ki nam pomaga razumeti svet.

Številke imajo posebno moč – ko slišimo “znanstveno je dokazano” ali “statistika kaže”, smo temu nagnjeni verjeti.

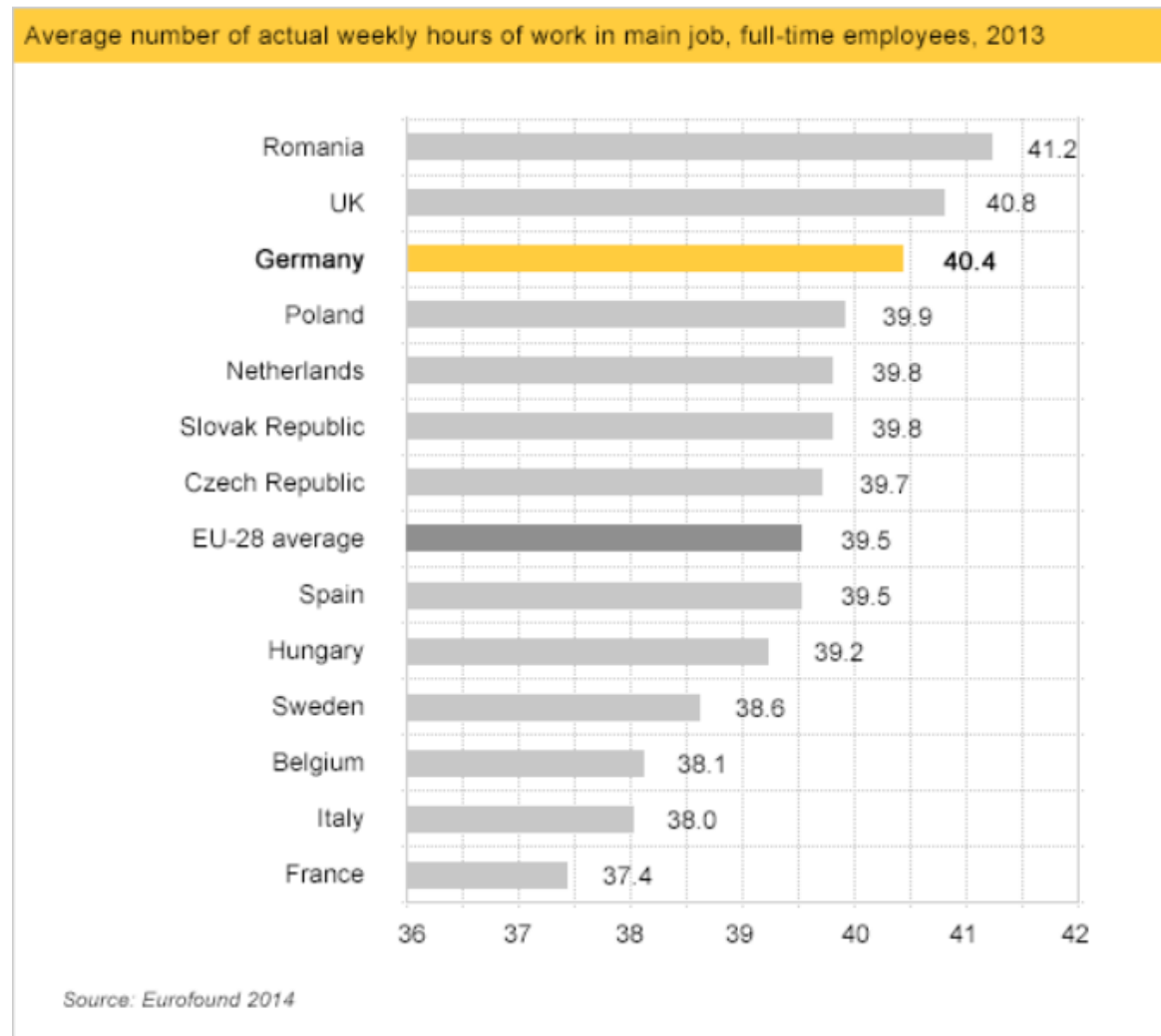
V napačnih rokah ali ob površnem razumevanju lahko statistika postane orodje zavajanja.

Z izbiro, predstavitvijo ali interpretacijo podatkov lahko (zavestno ali ne) ustvarimo napačen vtis.

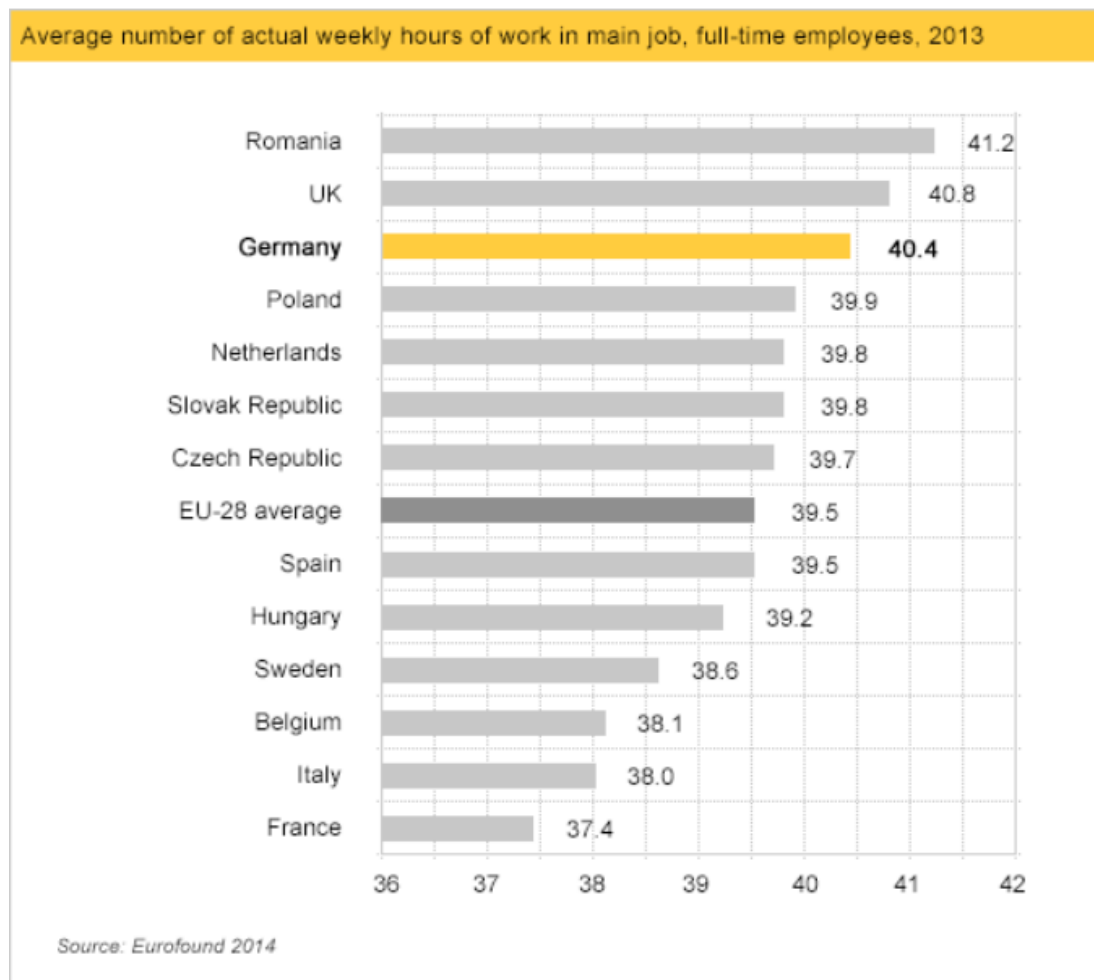
1/5 Zavajajoči prikazi – prirežane osi

”Nemški delavci so bolj motivirani in opravijo več delovnih ur kot delavci v večini drugih držav EU.”

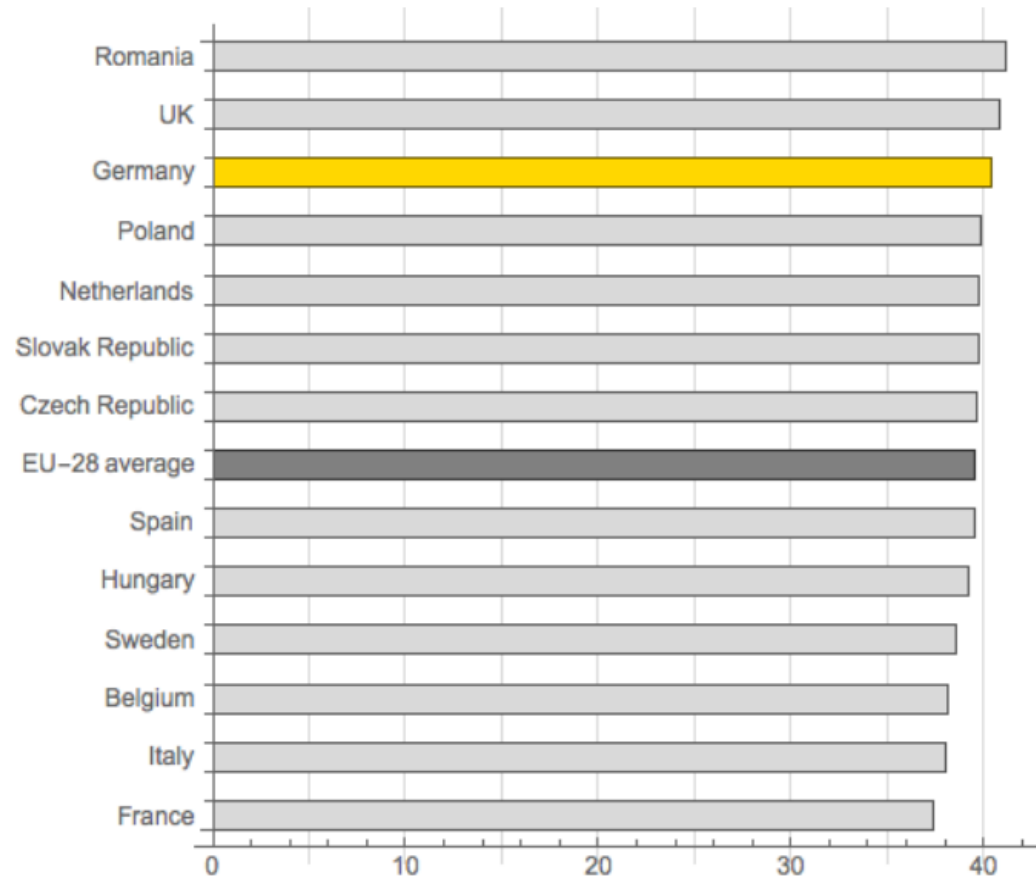
Vodoravna os, ki predstavlja delovne ure, se ne začne pri 0, temveč šele pri 36.



Zavajajoč prikaz

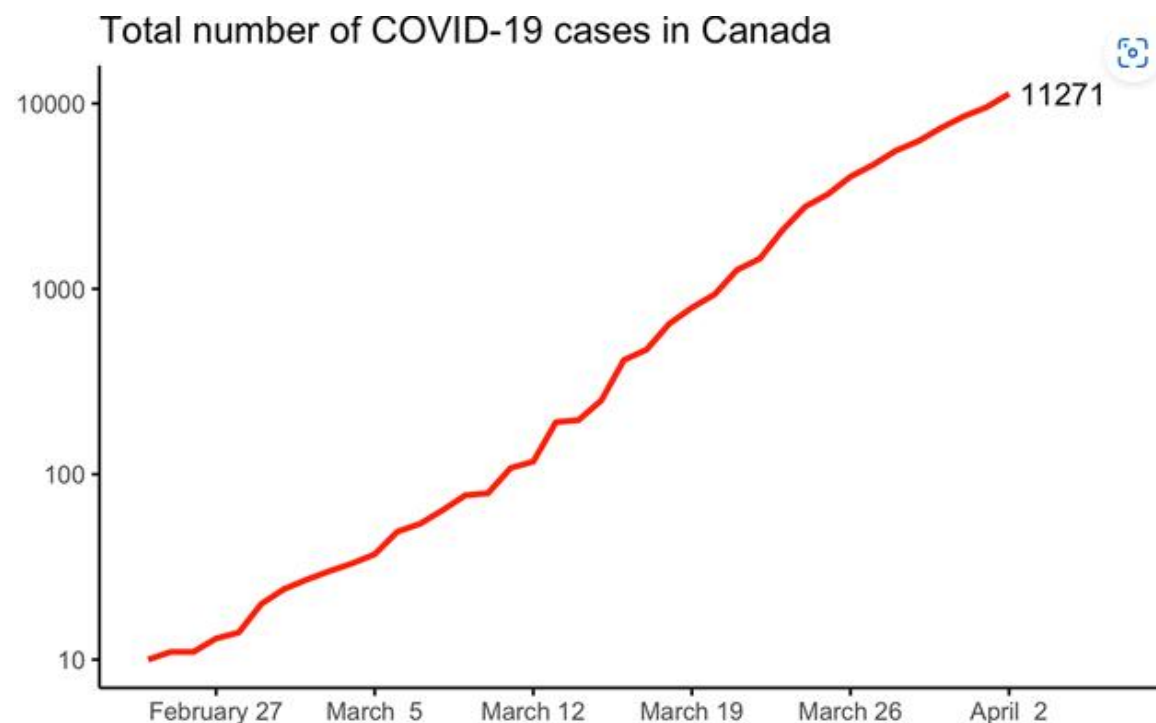


Pošten prikaz

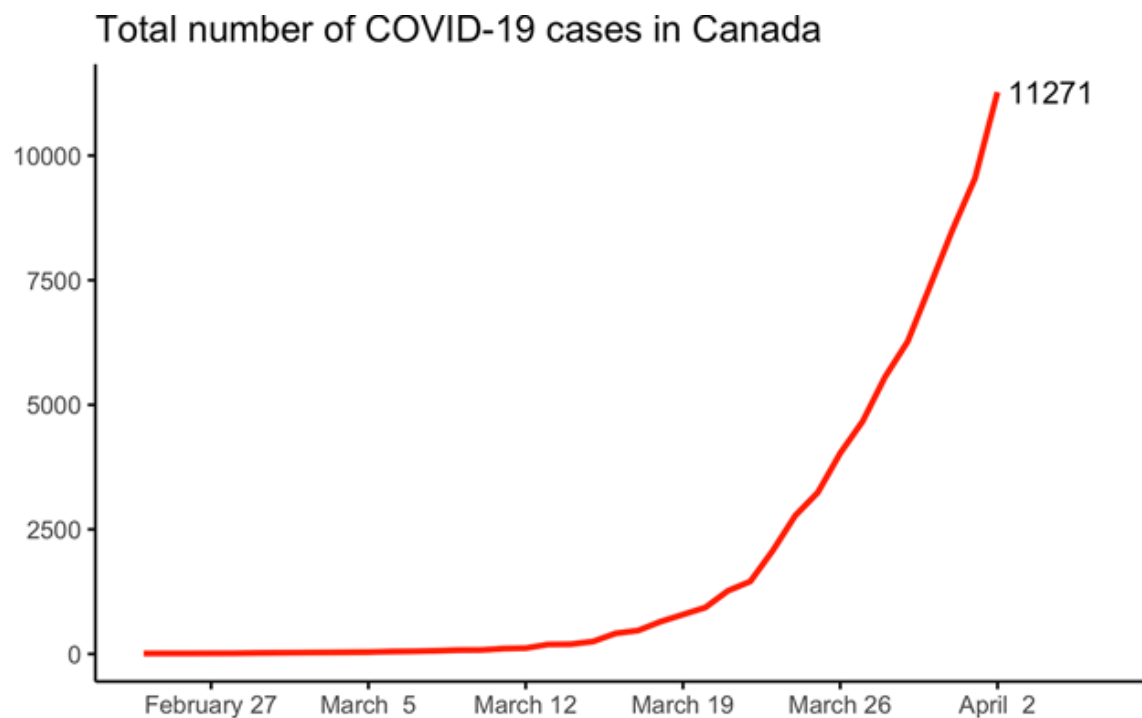


1/5 Zavajajoči prikazi – logaritmična skala

Logaritmična skala



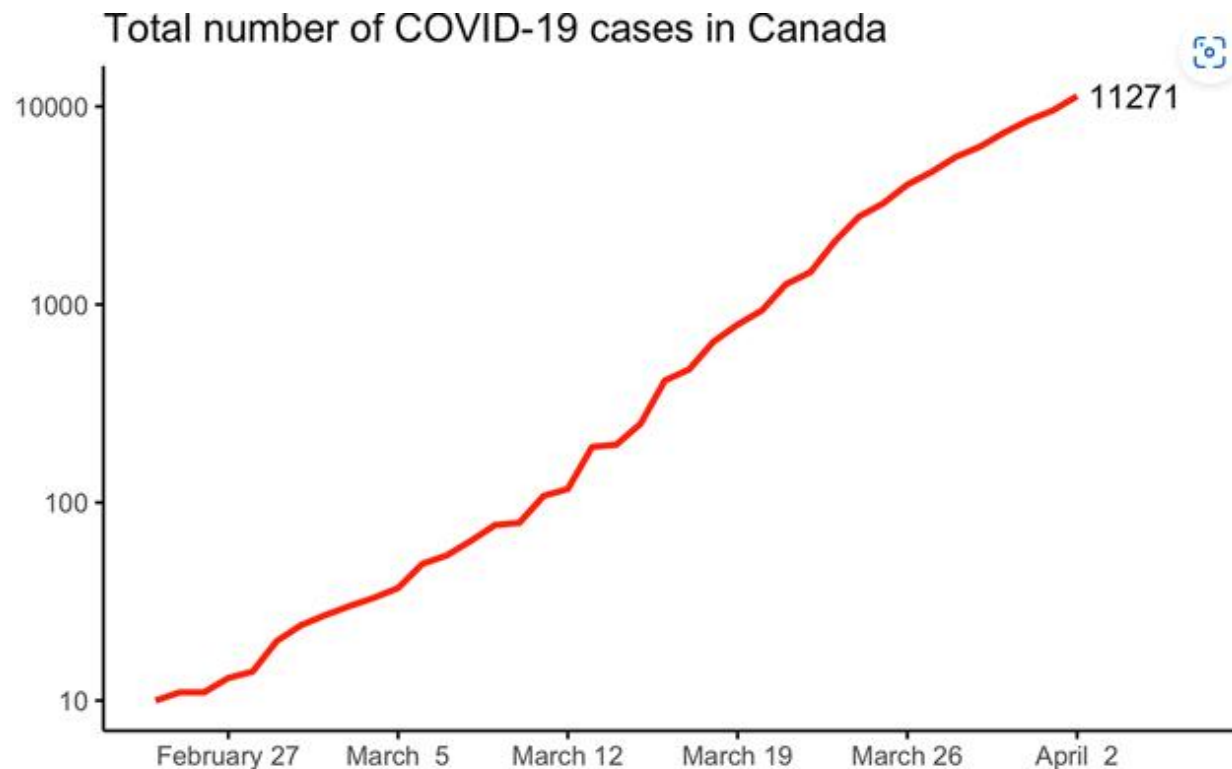
Linearna skala



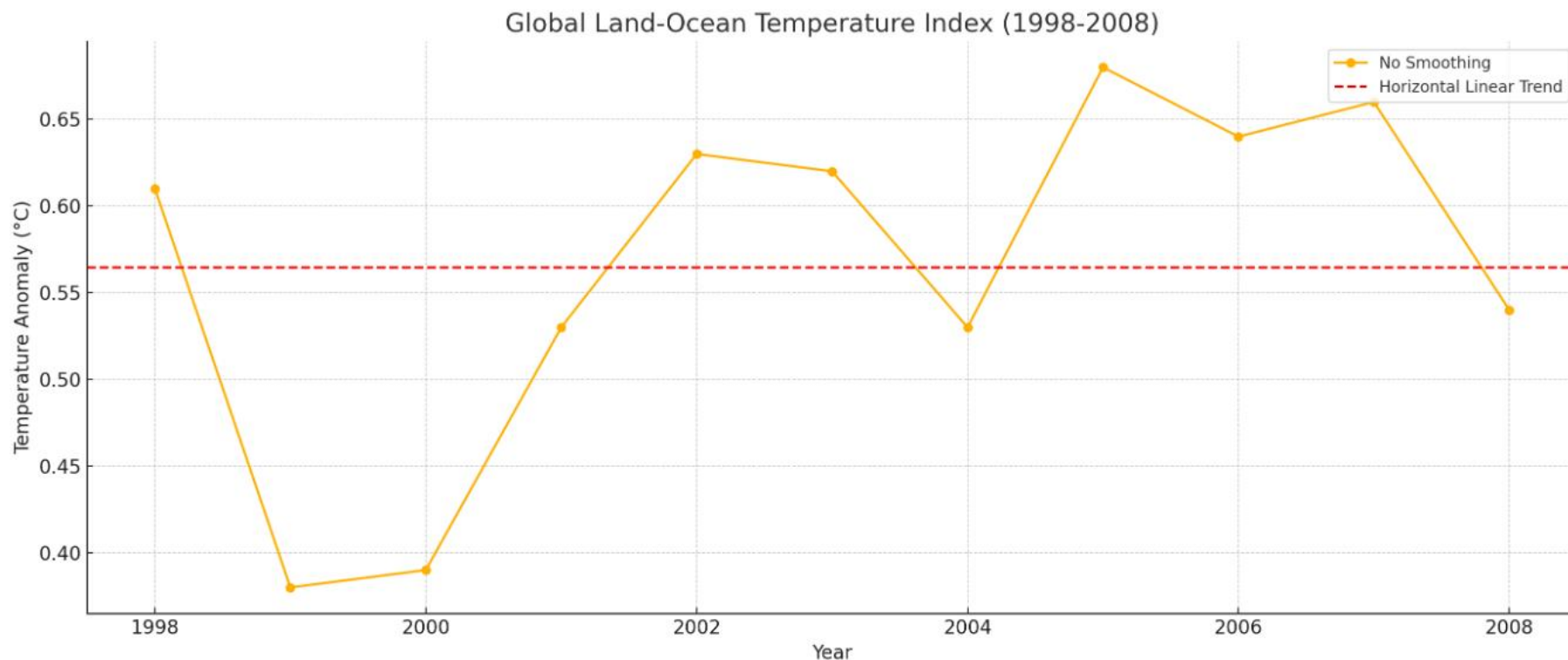
Spodbuditi resnost razmer, ne da bi pri tem povzročili pretiran pesimizem?

Logaritmična skala je lahko primer učinkovitega javnega komuniciranja:

- razdalje med potencami števila 10 na navpični osi so enake,
- uporabna, ko imamo podatke, ki hitro naraščajo ali padajo,
- vpliv na dojemanje in prepričanje.



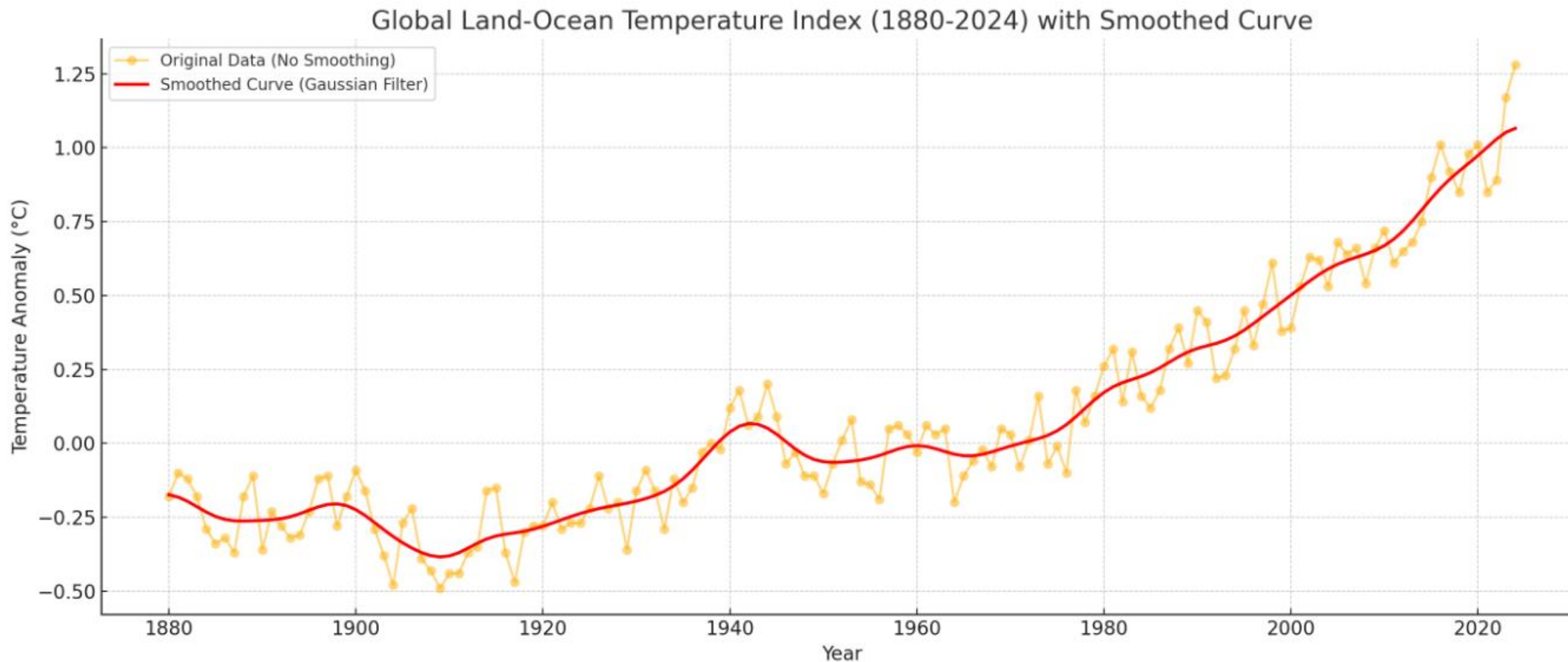
2/5 Zavajajoči prikazi – obiranje češenj



”Globalno segrevanje se je ustavilo.”

- Gre za primer nepoštene izbire časovnega obdobja (cherry-picking).
- Navidezna odsotnost segrevanja zaradi izbire začetne in končne točke.
- 1998 izjemno toplo leto zaradi El Niña; 2008 hladnejše leto zaradi La Niña.

Pošten prikaz od začetka globalnih instrumentalnih meritev do danes



Anomalija je sprememba globalne temperature (v stopinjah Celzija) v primerjavi s povprečjem v obdobju 1951–1980.

3/5 Pasti “povprečij” in odstotkov

Pogosto slišimo besedo “povprečje”, ne da bi bilo jasno, ali gre za aritmetično sredino, mediano, modus ali kakšno drugo mero srednje vrednosti.

Mere srednje vrednosti (mere centralne tendence):

- aritmetična sredina (povprečje),
- mediana (središčnica),
- modus (gostiščnica),
- geometrijska sredina,
- harmonična sredina.



3/5 Pasti “povprečij” in odstotkov – povprečja

Najpogostejše s “povprečjem” mislimo aritmetično sredino.

Absurden primer (John Allen Paulos):

”Povprečna odrasla oseba ima eno dojko in en testis.”

- Številsko gledano je izračun sicer pravilen, če polovico odraslih predstavljajo moški, polovico pa ženske.
- Izračun nobene srednje vrednosti tukaj ni smiseln, saj gre za združevanje dveh med seboj jasno ločenih kategorij (moški, ženske).

3/5 Pasti “povprečij” in odstotkov – povprečja

Primer Billa Gatesa v baru (Charles Wheelan):

- 10 oseb v baru zasluži po 35.000 \$ na leto, povprečje (aritmetična sredina) je zato 35.000 \$.
- Ko se jim pridruži Bill Gates, ki zasluži milijardo dolarjev na leto, se povprečje dvigne na 91 milijonov \$.

Primernejša mera srednje vrednosti:

mediana, ki ni občutljiva na ekstremne vrednosti in ostane pri 35.000 \$.

NAUK:

Kadar imamo izrazite ekstreme (asimetrično porazdeljene podatke), je aritmetična sredina zavajajoča. Daje preveč optimističen ali preveč pesimističen vtis.

V takšnih primerih je primernejša uporaba mediane, ki daje bolj realno in reprezentativno sliko srednje vrednosti v populaciji.

3/5 Pasti “povprečij” in odstotkov – odstotki

Nacionalno preverjanje znanja (NPZ):

Predmet: Matematika (50 možnih točk)

Rezultat na šoli letos: 22,0 točk (44,0 %)

Rezultat na šoli lani: 20,0 točk (40,0 %)

Povprečje Slovenije letos: 24,8 točk (49,7 %)

Povprečje Slovenije lani: 22,2 točk (44,4 %)

"Letos smo izboljšali rezultat za kar 10 % glede na lani."

3/5 Pasti “povprečij” in odstotkov – odstotki

"Letos smo izboljšali rezultat za kar 10 % glede na lani."

Rezultat na šoli letos: 22,0 točk (44,0 %)

Rezultat na šoli lani: 20,0 točk (40,0 %)

Povprečje Slovenije letos: 24,8 točk (49,7 %)

Povprečje Slovenije lani: 22,2 točk (44,4 %)

Rezultat se je zvišal iz 20 na 22 točk, kar pomeni relativno izboljšanje za 10 %.

Absolutno gledano gre za dvig za 2 točki od skupno 50 možnih, kar predstavlja le 4 % glede na največje možno število točk.

Čeprav je šola absolutno izboljšala rezultat (iz 20 na 22 točk), je glede na slovensko povprečje v resnici nazadovala.

V primerjavi z lanskim letom, ko je bil rezultat šole za 4,4 % nižji od državnega povprečja, je letos ta razlika še večja, saj rezultat zaostaja za 5,7 %. To pomeni dodatno poslabšanje za 1,3 %.

NAUK: Pri navajanju odstotkov moramo poznati osnovo, na kateri so izračunani — kaj predstavlja 100 %.

4/5 Korelacija in vzročnost – naključna korelacija

Na spletu (Tyler Vigen) lahko najdemo celo zbirko absurdnih močnih korelacij med povsem nepovezanimi rečmi, kot so:

- “Poraba margarine na prebivalca močno korelira z deležem razvez v eni izmed zveznih držav ZDA.”
- “Število ljudi, ki se utopijo v bazenih, je močno povezano z številom filmov, v katerih nastopa Nicolas Cage.”
- “Število diplomantov računalništva v ZDA korelira z uvozom korejskega olja.”
- “Poraba sira na prebivalca korelira s številom ljudi, ki so umrli zaradi zapletov ob zadužitvi s posteljnino.”

Visoka korelacija med dvema spremenljivkama ne pomeni nujno, da med njima obstaja vzročna zveza.

Pogosto gre le za naključna sovpadanja brez dejanske medsebojne povezave.

[illegible]

4/5 Korelacija in vzročnost – učinek skupnih tretjih dejavnikov

Študija: “Ljudje, ki pogosteje nosijo dežnike, pogosteje zbolijo za prehladom.”

Dežniki seveda ne povzročajo prehladov! Vreme je tisto, ki vpliva tako na uporabo dežnika kot na večje tveganje za prehlad.

Študija: “Ljudje, ki vsak dan zaužijejo zajtrk, imajo nižjo telesno težo.”

Ni zajtrk tisti, ki neposredno vpliva na telesno težo! Tretji dejavnik (npr. splošni življenjski slog) vpliva tako na zajtrk kot na težo.

NAUK

KORELACIJA $\neq$ VZROČNOST

- Korelacija med spremenljivkama še ne pomeni, da ena povzroča drugo.
- Lahko gre za naključno povezavo (spurious correlation).
- Korelacija je lahko tudi posledica tretjega, skupnega dejavnika (confounder), ki vpliva na obe spremenljivki.

5/5 HARKing in p-hacking

HARking = Hypothesizing After the Results are Known

Postavljanje hipotez, ko so rezultati že znani.

1. Raziskovalec opravi analizo.
2. Ugotovi nekaj nepredvidenega.
3. To ugotovitev predstavi, kot da je bila od začetka hipoteza raziskave.
4. Pravih hipotez, ki jih podatki niso podprli, ne omeni.

V čem je problem?

Rezultat je lahko naključna najdba, ki jo predstavljamo kot preverjeno teorijo.

5/5 HARKing in p-hacking

Izraz **p-hacking** izhaja iz **p-vrednosti** – verjetnosti, da bi opazovani rezultat nastal po naključju – ki predstavlja merilo statistične značilnosti v statistiki.

Majhne p-vrednosti (običajno $p < 0,05$) se razlagajo kot potrditev raziskovalne hipoteze oz. statistično značilni rezultati.

Raziskovalec poskuša prilagoditi analizo, dokler ne dobi $p < 0,05$, npr. tako da

- dodaja podatke,
- izloča ekstremna opazovanja ali osamelce (outlier),
- hipotezo preverja na podskupinah podatkov,
- izvaja nove in nove teste, navede pa samo tiste, ki dajo $p < 0,05$.

V čem je problem?

Takšna izvedba raziskave je lov na naključne vzorce.

5/5 HARKing in p-hacking

Primer zavajanja svetovne zdravstvene politike:

Na začetku pandemije **COVID-19** je bil **hidroksiklorokin** – zdravilo, ki se tradicionalno uporablja za zdravljenje malarije in avtoimunskih bolezni – promoviran kot potencialno zdravilo za COVID-19, predvsem na podlagi zgodnjih kliničnih študij.

Kako se je zdravilo razširilo:

- Politična podpora (npr. s strani ameriškega predsednika Donalda Trumpa).
- FDA je izdala nujno odobritev za uporabo (EUA), ki je dovoljevala uporabo zdravila pri hospitaliziranih bolnikih s COVID-19.
- 2020 se je začelo kopičenje zalog in predpisovanje zdravila bolnikom (ZDA, Francija, Indija, Brazilija, Italija, Španija, ...).

Kasnejše, dobro zasnovane klinične raziskave so soglasno pokazale, da hidroksiklorokin pri bolnikih s COVID-19

- ne zmanjšuje smrtnosti niti
- ne skrajša časa okrevanja, ob tem pa
- povečuje tveganje za resne srčne zaplete,

zlasti pri bolnikih s srčno-žilnimi boleznimi ali ob sočasnem jemanju drugih zdravil, ki vplivajo na srčni ritem.

Več zgodnjih študij je bilo uradno umaknjenih.

Te zgodnje študije so uporabljale različne zavajajoče raziskovalne prakse (HARKing, p-hacking, cherry-picking) in v nekaterih primerih celo ponarejanje podatkov.

NAUK: Dobra znanost temelji na poštenem preizkušanju hipotez!



Številke res ne lažejo, a včasih ne povedo celotne zgodbe.

Na nas je, da to zgodbo odkrivamo z razumom in zdravo pametjo.